

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
6 клас

1. Обчисліть значення виразу $(6,1 + 0,9) \cdot (6,01 + 0,99) \cdot (6,001 + 0,999)$.
2. Син у 3 рази молодший за батька. Скільки років батькові, якщо він старший за сина на 24 років?
3. Три їжачки ділять три шматочки сиру масами 6 г, 8 г та 12 г. Лис вирішив їм допомогти. Він може один чи декілька разів від будь-яких двох шматочків одночасно відрізати та з'їсти по 1 г. Чи може лис залишити їжачкам рівні шматочки?
4. Петрик склав куб з ребром 1002 см з маленьких кубиків з ребром 1 см. Марійка вирішила прибрати усі маленькі кубики, що знаходяться на поверхні куба. Скільки кубиків вона прибрала?
5. Знайдіть усі пари простих чисел, таких, що їх сума та різниця теж прості числа.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті
sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
6 клас

1. Обчисліть значення виразу $(6,1 + 0,9) \cdot (6,01 + 0,99) \cdot (6,001 + 0,999)$.
2. Син у 3 рази молодший за батька. Скільки років батькові, якщо він старший за сина на 24 років?
3. Три їжачки ділять три шматочки сиру масами 6 г, 8 г та 12 г. Лис вирішив їм допомогти. Він може один чи декілька разів від будь-яких двох шматочків одночасно відрізати та з'їсти по 1 г. Чи може лис залишити їжачкам рівні шматочки?
4. Петрик склав куб з ребром 1002 см з маленьких кубиків з ребром 1 см. Марійка вирішила прибрати усі маленькі кубики, що знаходяться на поверхні куба. Скільки кубиків вона прибрала?
5. Знайдіть усі пари простих чисел, таких, що їх сума та різниця теж прості числа.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті
sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
7 клас

1. Обчисліть значення виразу

$$\frac{49^4 \cdot 343^{10}}{7^{37}}.$$

2. У двох вагонах поїзду їхало порівну пасажирів. Коли з першого вагону вийшло 24 пасажирів, а з другого 17, у першому стало пасажирів у два рази менше ніж у другому. Скільки пасажирів було у кожному вагоні спочатку?
3. Скількома способами числа від 1 до 1814 можна поставити в ряд, щоб сусідні числа відрізнялися на 1?
4. Чи можна прямокутник зі сторонами 9 см і 8 см розрізати на трикутники, з яких можна скласти прямокутник зі сторонами 6 см і 12 см?
5. Магічним квадратом називають квадратну таблицю, заповнену числами, для якої сума чисел в усіх рядках, стовпчиках та двох діагоналях рівні. Чи можна скласти магічний квадрат 3×3 з перших 9 непарних простих чисел?

На виконання завдань відводиться 3 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
7 клас

1. Обчисліть значення виразу

$$\frac{49^4 \cdot 343^{10}}{7^{37}}.$$

2. У двох вагонах поїзду їхало порівну пасажирів. Коли з першого вагону вийшло 24 пасажирів, а з другого 17, у першому стало пасажирів у два рази менше ніж у другому. Скільки пасажирів було у кожному вагоні спочатку?
3. Скількома способами числа від 1 до 1814 можна поставити в ряд, щоб сусідні числа відрізнялися на 1?
4. Чи можна прямокутник зі сторонами 9 см і 8 см розрізати на трикутники, з яких можна скласти прямокутник зі сторонами 6 см і 12 см?
5. Магічним квадратом називають квадратну таблицю, заповнену числами, для якої сума чисел в усіх рядках, стовпчиках та двох діагоналях рівні. Чи можна скласти магічний квадрат 3×3 з перших 9 непарних простих чисел?

На виконання завдань відводиться 3 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
8 клас

1. Перший металевий злиток містить 30% міді, другий — 70% міді. Скільки кілограмів кожного злитку треба взяти, щоб отримати 140 кг сплаву, який містить 40% міді?
2. Нехай $f(x)$ та $g(x)$ — лінійні функції. Відомо, що $(f(-1))^2 + (g(-1))^2 = 0$ та $\frac{f(3)}{g(3)} = 2018$. Знайдіть $\frac{f(2017)}{g(2017)}$.
3. Скількома способами числа від 1 до 1861 можна поставити в ряд, щоб сусідні числа відрізнялися на 1?
4. Знайдіть усі натуральні n , більші за 1, такі, що $n^3 - 4$ ділиться на $n - 1$.
5. Чи існує трикутник, який можна розрізати на три рівних нерівнобедрених трикутники зі спільною вершиною всередині заданого трикутника?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті
sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
8 клас

1. Перший металевий злиток містить 30% міді, другий — 70% міді. Скільки кілограмів кожного злитку треба взяти, щоб отримати 140 кг сплаву, який містить 40% міді?
2. Нехай $f(x)$ та $g(x)$ — лінійні функції. Відомо, що $(f(-1))^2 + (g(-1))^2 = 0$ та $\frac{f(3)}{g(3)} = 2018$. Знайдіть $\frac{f(2017)}{g(2017)}$.
3. Скількома способами числа від 1 до 1861 можна поставити в ряд, щоб сусідні числа відрізнялися на 1?
4. Знайдіть усі натуральні n , більші за 1, такі, що $n^3 - 4$ ділиться на $n - 1$.
5. Чи існує трикутник, який можна розрізати на три рівних нерівнобедрених трикутники зі спільною вершиною всередині заданого трикутника?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті
sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
9 клас

1. Два робітники, працюючи разом, виконали деяке завдання за 12 годин. За скільки годин може виконати це завдання кожен робітник, працюючи самостійно, якщо один з них може це зробити на 10 годин швидше за іншого?
2. Дано прямокутний трикутник з катетами 5 см та 12 см. Знайдіть відстань від вершини меншого гострого кута до точки перетину бісектрис цього трикутника.
3. Яке найбільше значення набуває функція

$$y = \min \left\{ \frac{1}{x^2}; 2 - \frac{1}{x^2} \right\}?$$

4. Знайдіть усі натуральні n , такі, що $n^2 + 8n + 34$ ділиться на $n + 4$.
5. Дано клітчасту таблицю 1871×1871 , кожен клітинку якої зафарбовано у чорний або білий колір. Дозволяється одночасно перефарбувати усі клітинки деякого стовпчика чи рядку у той колір, якого у даному стовпчику чи рядку більше до перефарбування. Чи завжди можна досягти того, щоб усі клітинки були зафарбовані одним кольором?

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
9 клас

1. Два робітники, працюючи разом, виконали деяке завдання за 12 годин. За скільки годин може виконати це завдання кожен робітник, працюючи самостійно, якщо один з них може це зробити на 10 годин швидше за іншого?
2. Дано прямокутний трикутник з катетами 5 см та 12 см. Знайдіть відстань від вершини меншого гострого кута до точки перетину бісектрис цього трикутника.
3. Яке найбільше значення набуває функція

$$y = \min \left\{ \frac{1}{x^2}; 2 - \frac{1}{x^2} \right\}?$$

4. Знайдіть усі натуральні n , такі, що $n^2 + 8n + 34$ ділиться на $n + 4$.
5. Дано клітчасту таблицю 1871×1871 , кожен клітинку якої зафарбовано у чорний або білий колір. Дозволяється одночасно перефарбувати усі клітинки деякого стовпчика чи рядку у той колір, якого у даному стовпчику чи рядку більше до перефарбування. Чи завжди можна досягти того, щоб усі клітинки були зафарбовані одним кольором?

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
10 клас

1. У 2015 році в місті X мешкало 60000 жителів, а у 2017 році – 48600. На скільки відсотків щорічно зменшувалося населення цього міста, якщо кожного року відсоток зменшення населення був однаковий?
2. Нехай $f(x)$ та $g(x)$ – квадратичні функції. Відомо, що $|f(1)| + |g(1)| + |f(2)| + |g(2)| = 0$ та $\frac{f(3)}{g(3)} = 2018$. Знайдіть $\frac{f(2017)}{g(2017)}$.
3. У трикутнику зі сторонами 29 см, 25 см та 6 см знайдіть відстань від вершини більшого кута до точки перетину бісектрис.
4. Знайдіть усі натуральні m і n , такі, що $m! + 3 = n^3$.
5. На дошці 1794×1794 розмістили 1794 тур, які не б'ють одна одну. Доведіть, що правий верхній та лівий нижній квадрати дошки 897×897 містять однакову кількість тур (тури б'ють по горизонтальним та вертикальним лініям).

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
10 клас

1. У 2015 році в місті X мешкало 60000 жителів, а у 2017 році – 48600. На скільки відсотків щорічно зменшувалося населення цього міста, якщо кожного року відсоток зменшення населення був однаковий?
2. Нехай $f(x)$ та $g(x)$ – квадратичні функції. Відомо, що $|f(1)| + |g(1)| + |f(2)| + |g(2)| = 0$ та $\frac{f(3)}{g(3)} = 2018$. Знайдіть $\frac{f(2017)}{g(2017)}$.
3. У трикутнику зі сторонами 29 см, 25 см та 6 см знайдіть відстань від вершини більшого кута до точки перетину бісектрис.
4. Знайдіть усі натуральні m і n , такі, що $m! + 3 = n^3$.
5. На дошці 1794×1794 розмістили 1794 тур, які не б'ють одна одну. Доведіть, що правий верхній та лівий нижній квадрати дошки 897×897 містять однакову кількість тур (тури б'ють по горизонтальним та вертикальним лініям).

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
11 клас

1. По двох колах рівних діаметрів рівномірно обертаються дві точки. Одна з них здійснює повний оберт на 3,5 с швидше ніж друга, і тому встигає зробити за 1 хв на 7 обертів більше. Скільки обертів за хвилину виконує кожна з точок?
2. Доведіть, що значення виразу $1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 2016^{2017} + 2017^{2017}$ не ділиться на 2018.
3. Знайдіть найбільше значення параметра a , для якого рівняння

$$5 (\sin^{2017} x + \cos^{2017} x) = \sqrt{a+8} + \sqrt{2a-1} + \sqrt{5a-4}$$

має розв'язок.

4. Перпендикуляри, проведені з точки M простору до сторін в 29 см, 25 см та 6 см деякого трикутника рівні. Відстань від точки M до площини цього трикутника дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від точки M до вершини більшого кута заданого трикутника.
5. На дошці 1913×1913 , розмістили 1913 тур, які не б'ють одна одну, причому одну з тур поставили у центр дошки. Доведіть, що правий верхній та лівий нижній квадрати дошки 956×956 містять однакову кількість тур (тури б'ють по горизонтальним та вертикальним лініям).

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область)
11 клас

1. По двох колах рівних діаметрів рівномірно обертаються дві точки. Одна з них здійснює повний оберт на 3,5 с швидше ніж друга, і тому встигає зробити за 1 хв на 7 обертів більше. Скільки обертів за хвилину виконує кожна з точок?
2. Доведіть, що значення виразу $1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 2016^{2017} + 2017^{2017}$ не ділиться на 2018.
3. Знайдіть найбільше значення параметра a , для якого рівняння

$$5 (\sin^{2017} x + \cos^{2017} x) = \sqrt{a+8} + \sqrt{2a-1} + \sqrt{5a-4}$$

має розв'язок.

4. Перпендикуляри, проведені з точки M простору до сторін в 29 см, 25 см та 6 см деякого трикутника рівні. Відстань від точки M до площини цього трикутника дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від точки M до вершини більшого кута заданого трикутника.
5. На дошці 1913×1913 , розмістили 1913 тур, які не б'ють одна одну, причому одну з тур поставили у центр дошки. Доведіть, що правий верхній та лівий нижній квадрати дошки 956×956 містять однакову кількість тур (тури б'ють по горизонтальним та вертикальним лініям).

На виконання завдань відводиться 4 години.

УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті

sites.google.com/view/math-olimp-dnipro