6 клас.

1.З двох сіл – Дмитрівки та Петрівки вийшли одночасно назустріч один одному Дмитро та Петро зі швидкостями 5 км/год та 7км/год відповідно. Між селами пряма дорога довжини 60 км, дорога ця проходить через Іванівку. З по моменту початку руху Дмитра та Петра, з Іванівки назустріч Дмитру виїхав на мотоциклі Іван, доїхав до Дмитра, він розгорнулся та поїхав до Петра, потім знову до Дмитра і т. д. до тих пір, поки Дмитро та Петро не зустрілися. Який шлях проїхав Іван, якщо швидкість його мотоцикла 50 км/год.

До зустрічі пройде 60:(5+7)=5год. Тому, щоб дізнатися шлях Івана, треба 50 домножити на 5. Маємо 250 км.

2.Тетяна Іванівна, вчителька математики у 6-Б класі перемножила чотири різних простих числа, в результаті отримала трицифрове число, що закінчується нулем. Відомо, що сума цифр цього числа ділиться на 3 та те, що це число менше 211. Які прості числа перемножила Тетяна Іванівна?

Якщо число закінчується нулем, то воно ділиться на 2 і на 5. З ознаки подільності на 3 випливає, що серед простих множників має бути 3. Добуток 2, 5, 3 дає 30. Найменше просте число після 5 – 7. Добуток відповідних чотирьох чисел – 210. Якщо брати просте число, більше за 7, то добуток буде більше 211

3. *Маленький син Тетяни Іванівни, полюбляє читати математичні книжки. В з них він знайшов такий значок:* $m!$. *Він прочитав, що для натурального числа* m *цей значок означає добуток усіх натуральних чисел від 1 до* m*:*

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot m,$$

наприклад, $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$. *Син вчительки запропонував мамі задачу для математичної олімпіади, у якій треба знайти значення виразу:*

$$\frac{1}{35} \cdot \left(\frac{1}{2!} \cdot \frac{3!}{4!} \cdot \frac{5!}{6!} \cdot \frac{7!}{8!} \cdot 9! \right).$$

Знайдіть і Ви це значення, шановний учасник олімпіади!

Маємо:

$$\frac{1}{35} \cdot \left(\frac{1}{2!} \cdot \frac{3!}{4!} \cdot \frac{5!}{6!} \cdot \frac{7!}{8!} \cdot 9! \right) = \frac{1}{35} \cdot (3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9) = 27$$

4. Оленка та Даринка грають у таку гру. Вони по черзі ставлять тури у клітинки шахівниці (таблиця 8×8*). Починає Оленка. Якщо на якийсь горизонталі або вертикалі стоїть тура, то ставити тури на відповідні горизонталі або вертикалі заборонено. Програє той, хто не може зробити хід. Хто з гравців може грати так, щоб незалежно від ходів суперника завжди вигравати. Як тоді треба грати цьому гравцю.*

Вказівка. Даринка може завжди вигравати. Для цього вона повинна ставити туру у клітинку, що симетрична відносно центра поля останньому ходу Оленки. Обов'язково буде момент, коли зробити хід не буде можливим через те, що скінчена кількість розміщень тур на шахівниці. Якщо припустити, що не зможе зробити хід Даринка, то тоді не змогла би зробити хід і Оленка, що суперечить припущенню.

5. Чи можна вирізати з паперу дві смужки у вигляді прямокутників, такі, що при одному розміщенні площа їх спільної частини була менше 1 $мм^2$*, а при другому більше 16* $см^2$*. Розмір паперу необмежений.*

Вказівка. Так, можна. Ці прямокутники мають, наприклад, мати ширину 0,5 $мм$ та довжину 4000 $см$. Тоді, якщо накласти один прямокутник на інший, спільна площа – площа одного з прямокутників

$$4000 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}001 = 20 см^2,$$

а якщо розмістити їх перпендикулярно один відносно іншого, то спільна площа – 0,25 $мм^2$

7клас.

1.Баба Дуся, що продає цибулю на ринку, у листопаді вирішила підняти ціну на товар на 10%, а у грудні знову підвисила на 10% ціну. На скільки відсотків за два місяці зросли ціни на цибулю в баби Дусі?

Нехай початкова ціна цибулі складала 100 грошових одиниць. Після першого підвищення вона, очевидно, буде 110 одиниць, а після другого

$$110 + 0{,}1 \cdot 110 = 121.$$

Тепер очевидно, що по відношенню до початкової ціни підвищення відбулося на 21%.

2. Суперкомп'ютер обчислив 17^{2017} *та поділити результат на 8. З'ясуйте, який при цьому буде залишок (без комп'ютерів!). Відповідь обґрунтуйте.*

З використанням конгруенцій, маємо:

$$17^{2017} \equiv (16+1)^{2017} \equiv 1^{2017} \equiv 1 (\bmod 8)$$

Отже, залишок – 1.

3. Тетяна, Іванівна, учителька математики у 7-А класі запропонувала своїм учням знайти усі числа x*, для яких*

$$\frac{x-1}{|x-1|} + \frac{x-2}{|x-2|} + \frac{x-3}{|x-3|} + \ldots + \frac{x-2017}{|x-2017|} = 0$$

Яку правильну відповідь сподівається почути Тетяна Іванівна від своїх найкращих учнів? Відповідь обгрунтувати.

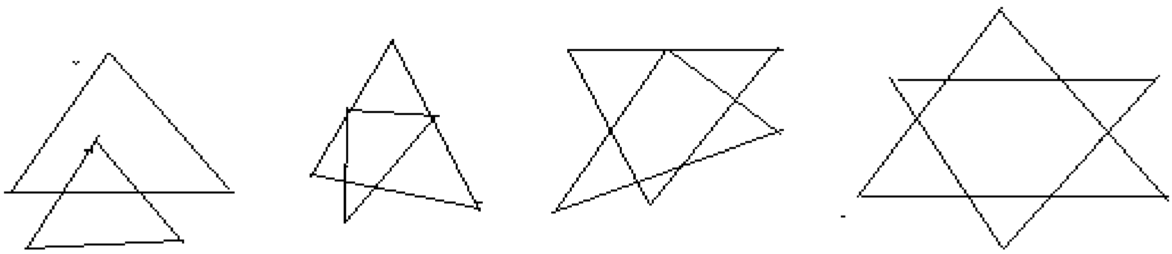
Кожен з доданків суми в лівій частині рівняння або +1, або -1. Щоб сума дорівнювала 0 необхідно, щоб кількість додатних доданків дорівнювала кількості від'ємних. Але це неможливо через те, що 2017 непарне число.

4. Оленка та Даринка грають у таку гру. Вони по черзі ставлять тури у клітинки шахівниці 9×9. *Починає Оленка. Якщо на якийсь горизонталі або вертикалі стоїть тура, то ставити тури на відповідні горизонталі або вертикалі заборонено. Програє той, хто не може зробити хід. Хто з гравців може грати так, щоб незалежно від ходів суперника завжди вигравати. Як тоді треба грати цьому гравцю.*

Оленка може завжди вигравати. Для цього перший хід вона робить у центр поля. Далі цього вона повинна ставити туру у клітинку, що симетрична відносно центра поля останньому ходу Даринки. Обов'язково буде момент, коли зробити хід не буде можливим через те, що скінчена кількість розміщень тур на шахівниці. Якщо припустити, що не зможе зробити хід Оленка, то тоді не змогла би зробити хід і Даринка, що суперечить припущенню.

5. Скільки кутів може бути у фігури, що утворюються при перетині двох трикутників?

Може бути 3, 4, 5, 6 кутів. На рисунках показано відповідні випадки.



Більше 6 кутів бути не може, бо кожна сторона одного трикутника може перетинати сторони другого не більше ніж в двох точках

8 клас.

1.Фармацевту в аптеці прийшло замовлення виготовити 100г розчину, що містить 40% корисної речовини. У фармацевта є два розчини з 30% та 70% цієї речовини. Скільки грамів кожного розчину повинен взяти фармацевт?

Вказівка. Нехай першої речовини він бере *x грамів,* а другої *y грамів.* Тоді ці величини задовольняють системі рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 100; \\ 0{,}3x + 0{,}7y = 0{,}4 \cdot 100. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, мємо, що треба взяти 75 та 25 грамів відповідно.

2. Побудуйте графік функції

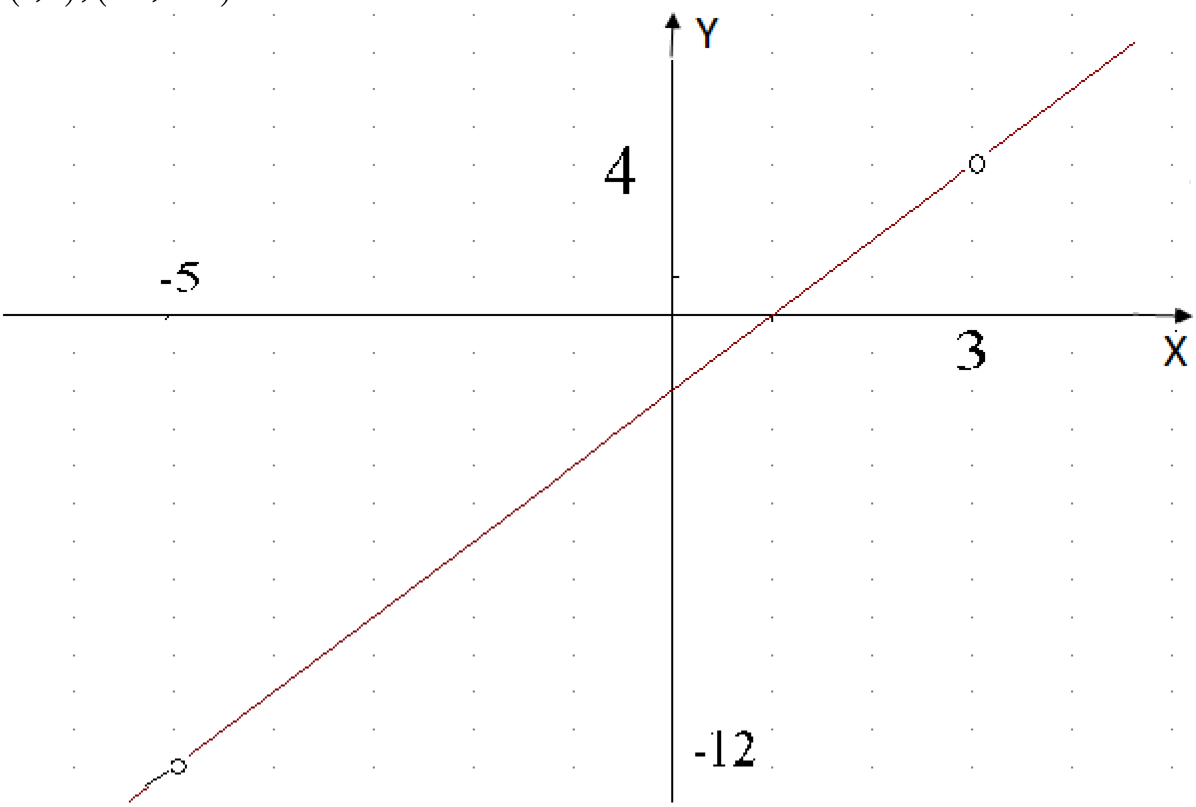
$$y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} + \frac{x^2 - 25}{x + 5}$$

Функцію не визначено в точках 3 та 5. Після очевидних перетворень, маємо, що

$$y = x + 3 + x - 5 = 2x - 2$$

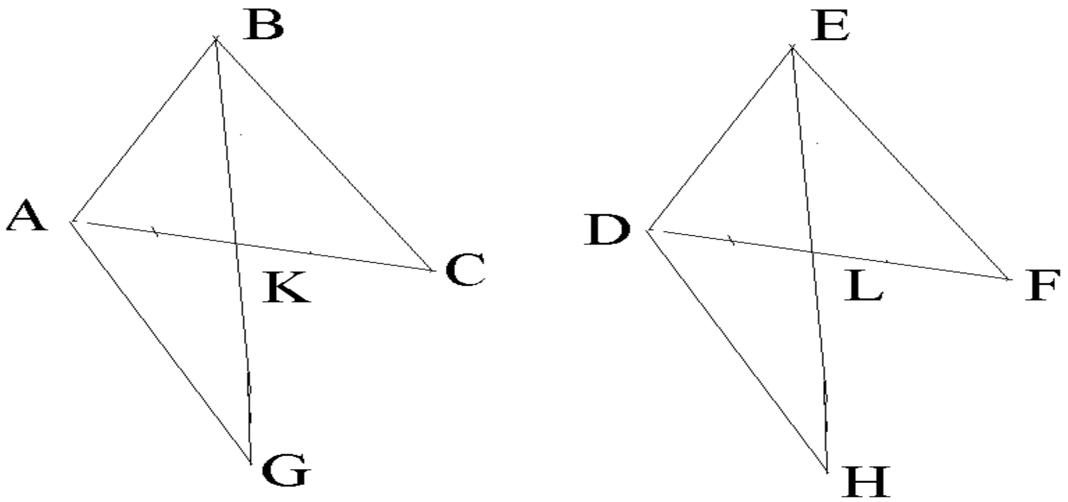
Залишилось побудувати пряму, що є графіком відповідної лінійної функції та "виколоти" з неї точки

$(3;4), (-5;-12)$



3. Тетяна Іванівна, учителька математики у 8-Б класі сформулювала таке твердження:"Якщо дві сторони одного трикутника та медіана, що проведена до третьої сторони відповідно рівні двом сторонам та медіані до третьої сторони іншого трикутника, то такі трикутники рівні". Доведіть чи спростуйте це твердження.

Вказівка.



Нехай у трикутниках *ABC* та *DEF* відрізки *BK* та *DL* медіани. Відомо, що *AB=DE, EF=BC, BK=EL*. Доведемо рівність трикутників *ABC* та *DEF*. Продовжимо медіани BK та DL на їх довжину, побудував відрізки BG та EL так, щоб *K* та *L* були серединами цих відрізків відповідно. За двома сторонами та кутом між ними встановлюється рівність трикутників *BKC*та *CKA*, з чого виливає, що *BC=AG*. Аналогічно *EF=DH*. Тоді з умови задачі випливає рівність *AG* і *D*H. Тепер за трьома сторонам встановлюється рівність трикутників *ABG* та *DEH*. У рівних трикутників рівні відповідні медіани, тому *AK=DL*. Тепер легко встановити рівність трикутників *ABC* та *DEF* за трьома сторонами.

4. *Суперкомп'ютер обчислив число* $A = 17^{2017} + 33 \cdot 17^{2018}$ *та поділити результат на 8. З'ясуйте, який при цьому буде залишок (без комп'ютерів!). Відповідь обґрунтуйте.*

За допомогою конгруенцій

$$A = 17^{2017} + 33 \cdot 17^{2018} \equiv 1^{2017} + 1 \cdot 1^{2018} \equiv 2 (\mathrm{mod} 8)$$

Шуканий залишок 2

5. Чи можна квадратну таблицю 6×6 *розрізати на прямокутники* 4×1*(в одному розрізанні дозволяються як горизонтальні, так і вертикальні прямокутники).*

Ні, це неможливо. Проведемо доведення. Розфарбуємо таблицю у 4 кольори, як на рисунку (кольори позначено цифрами)

1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3
3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2
2	3	4	1	2	3

Якщо розрізання було б можливим, то легко побачити, що кількість усіх кольорів (цифр 1, 2, 3, 4) було б однаковим і дорівнювало б 9. У нашій таблиці це не так, наприклад, цифра 2 зустрічається 11 разів.

9 клас.

1.Фармацевту в аптеці прийшло замовлення виготовити розчин, що містить 40% корисної речовини. У фармацевта є два розчини з 30% та 70% цієї речовини. У якому відношенні повинен брати фармацевт ці два розчини?

Нехай фармацевту треба виготовити 100 одиниць розчину. Нехай першої речовини він бере x *одиниць,* а другої y *одиниць.* Тоді ці величини задовольняють системі рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 100; \\ 0{,}3x + 0{,}7y = 0{,}4 \cdot 100. \end{cases}$$

Розв’язавши цю систему, мємо, що треба взяти 75 та 25 одиниць відповідно. Тому шукане відношення 75:25=3:1

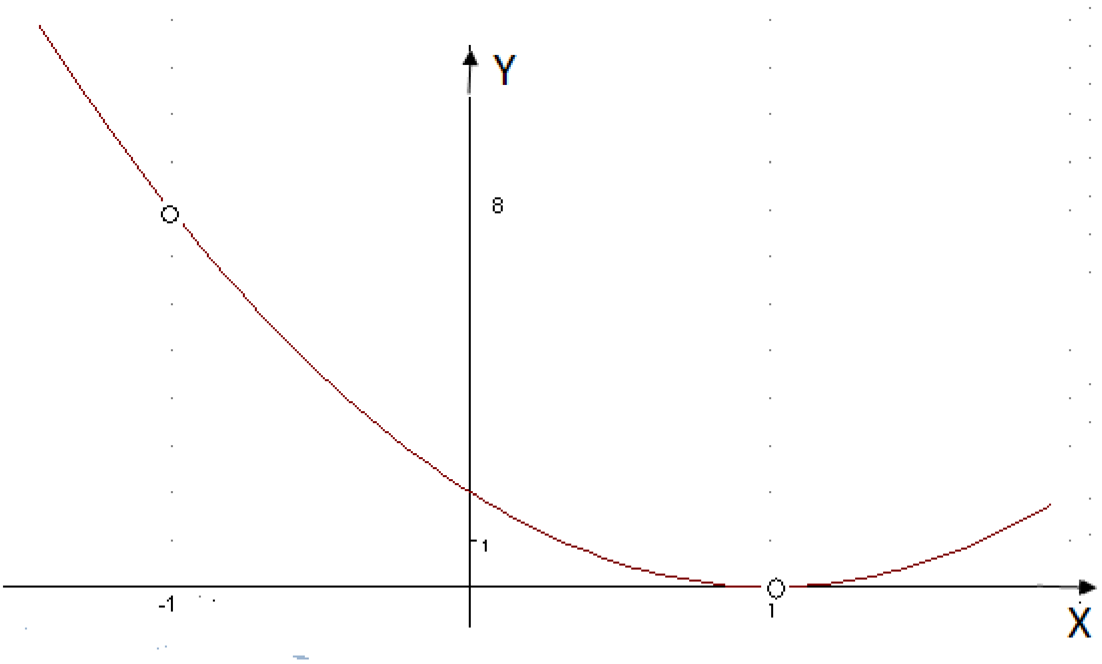
2. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{x^3 - 1}{x - 1} + \frac{x^3 + 1}{x + 1} + 4x.$$

Легко побачити, що лише числа 1 та -1 не входять до області визначення нашої функції. Після очевидних перетворень маємо

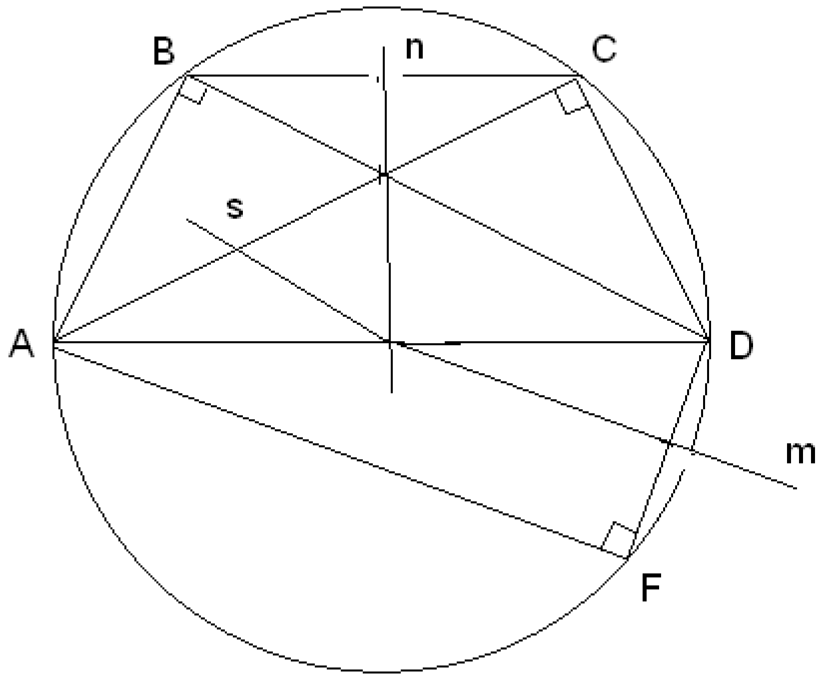
$$y = x^2 + x + 1 + x^2 - x + 1 + 4x = 2x^2 + 4x + 2 = 2(x+1)^2$$

Отже, графіком нашої функції буде парабола з вершиною (-1;0), яка ”виколота” і ”виколотою” точкою (1;8) (див. рис.)



3. У трапеції ABCD діагоналі AC і BD перпендикулярні бічним сторонам. На більшій основі AD побудовано прямокутний трикутник AFD так, що AD є гіпотенузою, а точки F і B розміщено по різні боки від прямої AD. Доведіть, що точка перетину серединних перпендикулярів до AC і FD лежить на прямій, що містить бісектрису одного з кутів, утвореного діагоналями трапеції.

Вказівка. З рівності кутів *ABD* та *ACD* випливає, що навколо *ABCD* можна описати коло, тоді *AD* - діаметр цього кола та точка *F* також лежить на цьому колі. Серединні перпендикуляри *m* та *s* до хорд *FD* та *AC* перетинаються в центрі кола, що лежить на *AD* і є його серединою. Трапеція *ABCD* вписана в коло, тоді вона повинна бути рівнобедреною. Залишилось зрозуміти, що спільний серединний перпендикуляр до основ трапеції *n* ділить кути, утворені діагоналями навпіл.



4. *Суперкомп'ютер обчислив число* $A=15^{2017}+33\cdot 15^{2018}+55\cdot 15^{2019}$ *та поділив результат на 8. З'ясуйте, який при цьому буде залишок (без комп'ютерів!). Відповідь обґрунтуйте.*

За допомогою конгруенцій

$$A=15^{2017}+33\cdot 15^{2018}+55\cdot 15^{2019}\equiv(-1)^{2017}+1\cdot(-1)^{2018}+(-1)\cdot(-1)^{2019}\equiv$$
$$\equiv -1+1+1\equiv 1(\mathrm{mod}\,8)$$

Отже, шуканий залишок - число1.

5. Для яких натуральних n таблицю $n \times n$ можна розрізати на прямокутники 4×1(в одному розрізанні дозволяються як горизонтальні, так і вертикальні прямокутники)?

Вказівка.Доведемо, що таке розрізання можливе, лише коли n ділиться на 4. Тоді задача фактично звордиться до того, щоб довести неможливість розрізання для випадку, коли n при діленні на 4 дає залишок 2. Припустимо супротивне: Для $n \equiv 2(\bmod 4)$ таке розрізання можливе. Розфарбуємо таблицю у 4 кольори, як на рисунку (кольори позначено цифрами)

1	2	3	4	1	2	....
2	3	4	1	2	3	....
3	4	1	2	3	4	....
4	1	2	3	4	1	....
1	2	3	4	1	2	....
2	3	4	1	2	3	....
....						....
....						....
....						....
....						....
....						....

Якщо розрізання було б можливим, то легко побачити, що кількість усіх кольорів (цифр 1, 2, 3, 4) було б однаковим. Покажемо, що у нашій таблиці це не так. Виділимо квадратик 2×2 у верхньому лівому куточку. Легко зрозуміти, що в клітинках таблиці без цього квадратика усіх кольорів однакова кількість, всередині квадратика, очевидно, ні.

.

10 клас.

1.Для якого значення параметра a *рівняння*

$$ax = \sqrt{x-9}$$

має один корінь?

Очевидно, що якщо x - корінь нашого рівняння, то $x \ge 9$. З цього випливає, що для від'ємних значеннях параметру a рівняння коренів не має. Якщо $a = 0$, то, очевидно, що лише 1 корінь: $x = 9$. Розглянемо випадок, коли $a > 0$. Тоді, очевидно, що за умов $x \ge 9$ початкове рівняння рівносильне квадратному: $a^2x^2 - x + 9 = 0$,
корені останнього, якщо існують не менше 9. Один корінь буде при рівному нулю дискриминанті:

$$1 - 36a^2 = 0$$

Тепер очевидно, що один корінь тут буде, якщо $a = \dfrac{1}{6}$

2. На дошці записано вираз $\dfrac{ac}{b+c}$. *Наталка та Левко по черзі замість букв записують натуральні числа. Спочатку Наталка пише число замість букви a, потім Левко пише число замість букви b, потім Наталка записує число замість букви c. Якщо після цього на дошці ціле число, то виграє Наталка. Чи може Наталка грати так, щоб завжди вигравати?*

Наталка може виграти. Замість a Наталка записує довільне число, що більше 2, а потім замість букви c число $c = ab - b = b(a-1)$. Тоді

$$\frac{ac}{b+c} = \frac{ab(a-1)}{b+ab-b} = \frac{ab(a-1)}{ab} = a-1.$$

3. *Суперкомп'ютер обчислив число*

$$A = 15^{2017} + 15^{2018} + 15^{2019} + 15^{2020} + \ldots + 15^{2100}$$

та поділив результат на 8. З'ясуйте, який при цьому буде залишок (без комп'ютерів!). Відповідь обґрунтуйте.

За допомогою конгруенцій

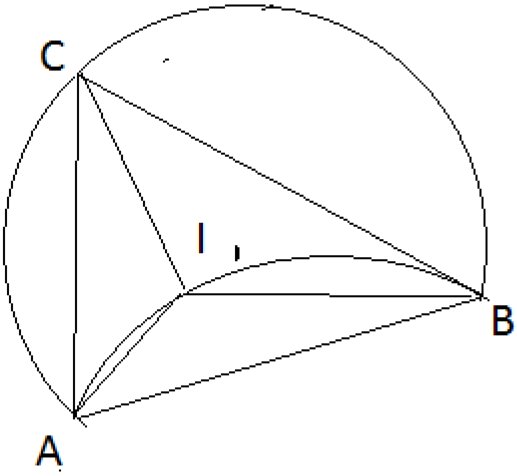
$$A = 15^{2017} + 15^{2018} + 15^{2019} + 15^{2020} + \ldots + 15^{2100} \equiv (-1)^{2017} + (-1)^{2018} + \ldots + (-1)^{2100} =$$
$$= -1 + 1 - 1 + 1 \ldots. + 1 \equiv 0 \pmod{8}$$

В останній сумі кількість доданків непарна. Отже, залишок -0.

4. Трикутник ABC зі стороною AB=3см та кутом C, що дорівнює 60°, *вписано в коло. Точки A і B фіксують на колі, а точку рухають по дузі AB. При цьому точка перетину бісектрис рухається по деякій лінії. Обчисліть довжину цієї лінії.*

Вказівка.

$$\angle AIB = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (\angle A + \angle B) = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \angle C)$$



Так як під час руху по дузі AB точки C величина кута C не змінюється, то завжд*и* $\angle AIB = 120^\circ$, а тоді точки I лежать на дузі AB кола, описаного навколого одного з трикутників $\angle AIB$, *де* $\angle AIB = 120^\circ$. Далі, проводячи міркування в зворотному напрямку, обрав точку I та вважаючи, що AI та BI бісектриси деякого трикутника ABC, простим підрахунком кутів отримаємо, що $\angle ACB = 60^\circ$, тоді точка C лежить на дузі АВ. Отже, шукане ГМТ точок I це дуга AB кола, описаного навколого одного з трикутників $\angle AIB$, *де* $\angle AIB = 120^\circ$. Якщо обрати точку на доповнюючий дузі, то вписаний кут, що спирається на АВ дорівнює $\angle AIB = 60^\circ$, відповідно центральний кут 120°. Отже, ця дуга – третя частина відповідного кола. Радіус цього кола знаходимо зі співвідношення

$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = 2R$$

Отже,

$$R = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Довжина шуканої дуги:

$$C = \frac{1}{3} \cdot 2\pi R = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \pi$$

5. *Для яких натуральних* m *та* n *таблицю* $m \times n$ *можна розрізати на прямокутники* 4×1 *(в одному розрізанні дозволяються як горизонтальні, так і вертикальні прямокутники)?*

Вказівка. Доведемо, що таке розрізання можливе, лише коли n та m діляться на 4. Тоді задача фактично звордиться до того, щоб довести неможливість розрізання для випадку, коли n та m при діленні на 4 дають залишок 2.

Припустимо супротивне: Для $n \equiv 2(\operatorname{mod} 4)$, $m \equiv 2(\operatorname{mod} 4)$ таке розрізання можливе. Розфарбуємо таблицю у 4 кольори, як на рисунку (кольори позначено цифрами)

1	2	3	4	1	2	....
2	3	4	1	2	3	....
3	4	1	2	3	4	....
4	1	2	3	4	1	....
1	2	3	4	1	2	....
2	3	4	1	2	3	....
....						....
....						....
....						....
....						....
....						....

Якщо розрізання було б можливим, то легко побачити, що кількість усіх кольорів (цифр 1, 2, 3, 4) було б однаковим. Покажемо, що у нашій таблиці це не так. Виділимо квадратик 2×2 у верхньому лівому куточку. Легко зрозуміти, що в клітинках таблиці без цього квадратика усіх кольорів однакова кількість, всередині квадратика, очевидно, ні.

11 клас.

1.Для яких значень параметра b рівняння

$$\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=b$$

має розв'язки?

Для будь-якого значення параметру область допустимих значень рівняння – $[-1;1]$. Очевидно також, що для від'ємних значеннях параметру рівняння не має коренів. Тому, якщо $b \geq 0$ на множині $[-1;1]$ рівняння рівносильне такому:

$$2+2\sqrt{1-x^2}=b^2$$

Легко показати, що вираз $\sqrt{1-x^2}$ набуває усі значення з $[0;1]$. Тому шукані значення b такі, що $b^2 \in [2;4]$, а тоді $[\sqrt{2};2]$.

2. З точок A і B, які лежать у різних гранях деякого двогранного кута проведено до його ребер перпендикуляри AC і BD задовжки 5см та 8 см відповідно. Знайдіть величину двогранного кута, якщо CB=24см, AB=25см.

Вказівка. Проведемо в площині BCD через точку B пряму l паралельно до CD. Через точку C в площині BCD опустимо перпендикуляр CF на пряму l. Легко побачити, що кут ACF – лінійний кут заданого двогранного кута. Через те, що DC перпендикулярний до площини ACF маємо, що FB перпендикулярний до AF, отже трикутник AFB прямокутний. Далі, план розрахунків такий. Так як CF=DB зтрикутника CFB знаходимо FB, потім з прямокутного трикутника AFB знаходимо AF, шуканий кут ACF знаходимо за допомогою теореми косинусів.

3. Суперкомп'ютер обчислив число

$$A=13^{2017}+13^{2018}+13^{2019}$$

та поділив результат на 8. З'ясуйте, який при цьому буде залишок (без комп'ютерів!). Відповідь обґрунтуйте.

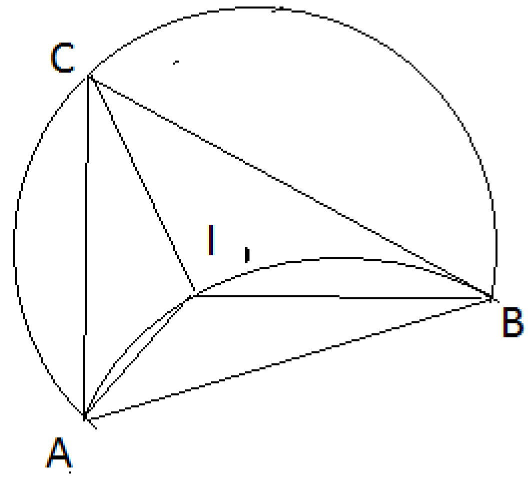
За допомогою конгруенцій

Отже, шуканий залишок – 6.

4. Трикутник ABC зі стороною AB=3см та кутом C, що дорівнює 60°, вписано в коло. Точки A і B фіксують на колі, а точку рухають по дузі AB. При цьому точка перетину бісектрис рухається по деякій лінії. Обчисліть довжину цієї лінії.

Вказівка.

$$\angle AIB=180^\circ-\frac{1}{2}\cdot(\angle A+\angle B)=180^\circ-\frac{1}{2}\cdot(180^\circ-\angle C)$$



Так як під час руху по дузі AB точки C величина кута C не змінюється, то завжд*и* $\angle AIB = 120^\circ$, а тоді точки I лежать на дузі AB кола, описаного навколого одного з трикутників $\angle AIB$*, де* $\angle AIB = 120^\circ$. Далі, проводячи міркування в зворотному напрямку, обрав точку I та вважаючи, що AI та BI бісектриси деякого трикутника ABC, простим підрахунком кутів отримаємо, що $\angle ACB = 60^\circ$, тоді точка C лежить на дузі AB. Отже, шукане ГМТ точок I це дуга AB кола, описаного навколого одного з трикутників $\angle AIB$*, де* $\angle AIB = 120^\circ$. Якщо обрати точку на доповнюючий дузі, то вписаний кут, що спирається на AB дорівнює $\angle AIB = 60^\circ$, відповідно центральний кут 120°. Отже, ця дуга – третя частина відповідного кола. Радіус цього кола знаходимо зі співвідношення

$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = 2R$$

Отже,

$$R = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Довжина шуканої дуги:

$$C = \frac{1}{3} \cdot 2\pi R = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \pi$$

5. *Для яких натуральних* m *та* n *таблицю* $m \times n$ *можна розрізати на прямокутники* 4×1*(в одному розрізанні дозволяються як горизонтальні, так і вертикальні прямокутники)?*

Вказівка. Доведемо, що таке розрізання можливе, лише коли n та m діляться на 4. Тоді задача фактично звордиться до того, щоб довести неможливість розрізання для випадку, коли n та m при діленні на 4 дають залишок 2. Припустимо супротивне: Для $n \equiv 2 \pmod 4$*,* $m \equiv 2 \pmod 4$ таке розрізання можливе. Розфарбуємо таблицю у 4 кольори, як на рисунку (кольори позначено цифрами)

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>..........</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>..........</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>..........</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>..........</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>..........</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>...........</td></tr>
<tr><td colspan="6">........................
....
....
....
.......................</td><td>..........
....
....
....
...........</td></tr>
</table>

Якщо розрізання було б можливим, то легко побачити, що кількість усіх кольорів (цифр 1, 2, 3, 4) було б однаковим. Покажемо, що у нашій таблиці це не так. Виділимо квадратик 2×2 у верхньому лівому куточку. Легко зрозуміти, що в клітинках таблиці без цього квадратика усіх кольорів однакова кількість, всередині квадратика, очевидно, ні.