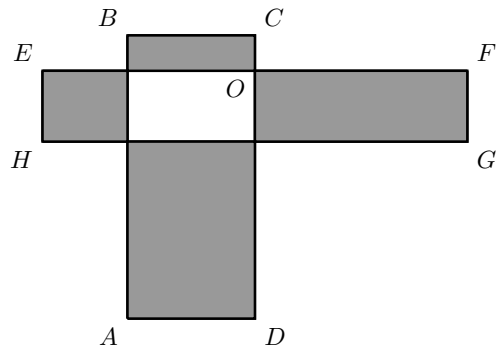


Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
6 клас (варіант А)

1. Поїзд їхав 5 годин зі швидкістю 62 км на годину і 3 години зі швидкістю 52 км на годину. Знайдіть середню швидкість поїзда протягом усього шляху.
2. Обчисліть значення виразу $15 : (3\frac{12}{17} + 2\frac{5}{17}) + (4,2 - 2\frac{3}{5}) : 4$.
3. Прямокутники $ABCD$ та $EFGH$ розміщено на площині так, як зображено на рисунку. Кут COF — прямий. Знайдіть площу заштрихованої частини, якщо $AB = 22$ см, $BC = 12$ см, $EH = 8$ см та $EF = 25$ см.

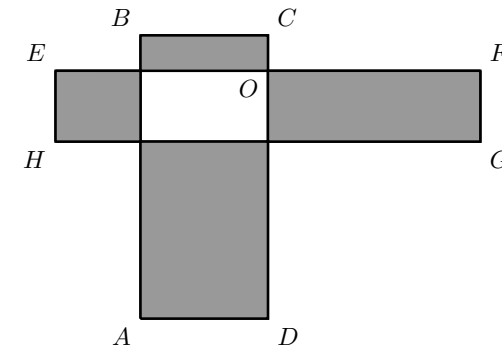


4. Довжина кроку Михайлика дорівнює 60 см, а Петрика — 55 см. Яку найменшу відстань мають вони пройти разом, щоб кожний зробив по цілому числу кроків.
5. В деякому місяці понеділів більше ніж вівторків, а неділів більше ніж субот. Яким днем тижня є 13-е число цього місяця? Чи може цей місяць бути груднем? Відповідь обґрунтуйте.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
6 клас (варіант А)

1. Поїзд їхав 5 годин зі швидкістю 62 км на годину і 3 години зі швидкістю 52 км на годину. Знайдіть середню швидкість поїзда протягом усього шляху.
2. Обчисліть значення виразу $15 : (3\frac{12}{17} + 2\frac{5}{17}) + (4,2 - 2\frac{3}{5}) : 4$.
3. Прямокутники $ABCD$ та $EFGH$ розміщено на площині так, як зображено на рисунку. Кут COF — прямий. Знайдіть площу заштрихованої частини, якщо $AB = 22$ см, $BC = 12$ см, $EH = 8$ см та $EF = 25$ см.

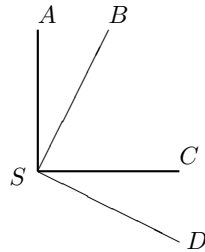


4. Довжина кроку Михайлика дорівнює 60 см, а Петрика — 55 см. Яку найменшу відстань мають вони пройти разом, щоб кожний зробив по цілому числу кроків.
5. В деякому місяці понеділів більше ніж вівторків, а неділів більше ніж субот. Яким днем тижня є 13-е число цього місяця? Чи може цей місяць бути груднем? Відповідь обґрунтуйте.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
7 клас (варіант А)

1. Микола записав на дошці чотирицифрове натуральне число. Наталка записала цифри, що входять в число Миколи, у зворотньому порядку і отримала чотирицифрове натуральне число. Наприклад, якщо Микола записав число 1234, то Наталка запише число 4321. Доведіть, що різниця чисел Миколи та Наталки завжди ділиться на 9.
2. П'ять робітників, працюючи однаково, за 4 години зібрали 15 однакових пилососів. Скільки таких пилососів зберуть десять таких робітників за 2 години?
3. Натуральне число x може набувати значення від 1 до 5, а натуральне число y — від 2 до 7. Якого найбільшого значення може набувати вираз $x + y$, якщо відомо, що $xy - 6x - 3y + 18 = 0$?
4. На рисунку $\angle ASC = \angle BSD$. Доведіть, що $\angle ASB = \angle CSD$.

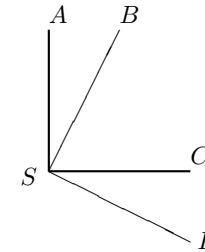


5. Марійка та Петрик грають у таку гру. На прямокутній дошці розміром 2018×2019 , яка поділена на клітинки, вони по черзі переставляють шахову туру. На початку гри тура стоїть у лівому нижньому куті дошки. Під час свого ходу кожен гравець може переставити туру на довільну кількість клітин вгору або праворуч. Виграє той гравець, який поставить туру у правий верхній кут дошки. Чи може Марійка виграти, якщо вона починає гру? Відповідь обґрунтуйте.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
7 клас (варіант А)

1. Микола записав на дошці чотирицифрове натуральне число. Наталка записала цифри, що входять в число Миколи, у зворотньому порядку і отримала чотирицифрове натуральне число. Наприклад, якщо Микола записав число 1234, то Наталка запише число 4321. Доведіть, що різниця чисел Миколи та Наталки завжди ділиться на 9.
2. П'ять робітників, працюючи однаково, за 4 години зібрали 15 однакових пилососів. Скільки таких пилососів зберуть десять таких робітників за 2 години?
3. Натуральне число x може набувати значення від 1 до 5, а натуральне число y — від 2 до 7. Якого найбільшого значення може набувати вираз $x + y$, якщо відомо, що $xy - 6x - 3y + 18 = 0$?
4. На рисунку $\angle ASC = \angle BSD$. Доведіть, що $\angle ASB = \angle CSD$.



5. Марійка та Петрик грають у таку гру. На прямокутній дошці розміром 2018×2019 , яка поділена на клітинки, вони по черзі переставляють шахову туру. На початку гри тура стоїть у лівому нижньому куті дошки. Під час свого ходу кожен гравець може переставити туру на довільну кількість клітин вгору або праворуч. Виграє той гравець, який поставить туру у правий верхній кут дошки. Чи може Марійка виграти, якщо вона починає гру? Відповідь обґрунтуйте.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
8 клас (варіант А)

1. Марійка та Петрик збирали огірки на грядці поруч з домом бабусі. Петрику, щоб дійти до дому бабусі, необхідно зробити 100 кроків. Кожен крок Марійки на 10% коротше ніж Петрика, але Марійка робить кроки на 10% частіше. Хто з дітей раніше принесе огірки до бабусі, якщо вони знаходяться на однаковій відстані від будинку?
2. Обчисліть значення виразу

$$\left(\frac{2018^{2019} + 3}{2018^{2019} - 3} + \frac{2018^{2019} - 3}{2018^{2019} + 3} \right) : \frac{3 \cdot 2018^{4038} + 27}{9 - 2018^{4038}}.$$

3. В паралелограмі $ABCD$ відрізок XU , кінці якого належать сторонам BC і AD відповідно, ділиться діагоналлю AC навпіл. Доведіть, що відрізок XU проходить через точку перетину діагоналей паралелограма $ABCD$.
4. Знайдіть усі пари таких натуральних чисел x та y , що

$$(\text{НСД}(x, y))^2 = xy.$$

5. Скількома способами квадратну таблицю розміром 2018×2018 можна заповнити числами 0 та 1 таким чином, щоб добуток чисел у кожному рядку дорівнював 0?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
8 клас (варіант А)

1. Марійка та Петрик збирали огірки на грядці поруч з домом бабусі. Петрику, щоб дійти до дому бабусі, необхідно зробити 100 кроків. Кожен крок Марійки на 10% коротше ніж Петрика, але Марійка робить кроки на 10% частіше. Хто з дітей раніше принесе огірки до бабусі, якщо вони знаходяться на однаковій відстані від будинку?
2. Обчисліть значення виразу

$$\left(\frac{2018^{2019} + 3}{2018^{2019} - 3} + \frac{2018^{2019} - 3}{2018^{2019} + 3} \right) : \frac{3 \cdot 2018^{4038} + 27}{9 - 2018^{4038}}.$$

3. В паралелограмі $ABCD$ відрізок XU , кінці якого належать сторонам BC і AD відповідно, ділиться діагоналлю AC навпіл. Доведіть, що відрізок XU проходить через точку перетину діагоналей паралелограма $ABCD$.
4. Знайдіть усі пари таких натуральних чисел x та y , що

$$(\text{НСД}(x, y))^2 = xy.$$

5. Скількома способами квадратну таблицю розміром 2018×2018 можна заповнити числами 0 та 1 таким чином, щоб добуток чисел у кожному рядку дорівнював 0?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
9 клас (варіант А)

1. Марійка та Петрик збирали огірки на грядці поруч з домом бабусі. Петрику, щоб дійти до дому бабусі, необхідно зробити 100 кроків. Кожен крок Марійки на 10% коротше ніж Петрика, але Марійка робить кроки на 10% частіше. Хто з дітей раніше принесе огірки до бабусі, якщо вони знаходяться на однаковій відстані від будинку?
2. Розв'яжіть рівняння

$$x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{x+2}{x-2} - 3.$$

3. На бічних сторонах трапеції $ABCD$ ($AB \parallel CD$) як на діаметрах побудовані кола ω_1 та ω_2 . Нехай X та Y — довільні точки на колах ω_1 та ω_2 відповідно. Доведіть, що довжина відрізка XY не перевищує половини периметра трапеції $ABCD$.
4. Знайдіть усі пари натуральних чисел m і n таких, що

$$(\text{НСК}(m, n))^2 = m + n.$$

5. Скількома способами прямокутну таблицю з m рядками та n стовпчиками можна заповнити числами 0 та 1 таким чином, щоб добуток чисел у кожному рядку дорівнював 0?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
9 клас (варіант А)

1. Марійка та Петрик збирали огірки на грядці поруч з домом бабусі. Петрику, щоб дійти до дому бабусі, необхідно зробити 100 кроків. Кожен крок Марійки на 10% коротше ніж Петрика, але Марійка робить кроки на 10% частіше. Хто з дітей раніше принесе огірки до бабусі, якщо вони знаходяться на однаковій відстані від будинку?
2. Розв'яжіть рівняння

$$x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{x+2}{x-2} - 3.$$

3. На бічних сторонах трапеції $ABCD$ ($AB \parallel CD$) як на діаметрах побудовані кола ω_1 та ω_2 . Нехай X та Y — довільні точки на колах ω_1 та ω_2 відповідно. Доведіть, що довжина відрізка XY не перевищує половини периметра трапеції $ABCD$.
4. Знайдіть усі пари натуральних чисел m і n таких, що

$$(\text{НСК}(m, n))^2 = m + n.$$

5. Скількома способами прямокутну таблицю з m рядками та n стовпчиками можна заповнити числами 0 та 1 таким чином, щоб добуток чисел у кожному рядку дорівнював 0?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
10 клас (варіант А)

1. Велосипедист та мотоцикліст починають рухатися по кільцевій дорозі у вигляді кола радіуса 100 м одночасно і в одному напрямку. Скільки разів після цього протягом 15 хвилин вони зустрінуться, якщо мотоцикліст рухається з постійною лінійною швидкістю 50 км/год, а велосипедист — 30 км/год? *Довідка. Лінійна швидкість точки при русі по колу — це довжина дуги кола, що проходить точка за одиницю часу.*
2. Про дійсні числа x , y та z відомо, що $x + 2y - 3z = 0$. Доведіть, що $2xy - 3xz - 6yz \leq 0$.
3. В трикутнику ABC точка O є центром вписаного кола. При цьому $\angle AOC = 120^\circ$. Навколо трикутників ABC та AOC описали кола. Знайдіть відношення радіусів цих кіл.
4. Довжини сторін трикутника ABC є послідовними натуральними числами. Медіана, проведена з вершини A , перпендикулярна бісектрисі, що проведена з вершини B . Знайдіть периметр трикутника.
5. Яку найбільшу кількість прямокутників розміру 1×4 можна вирізати з квадратного аркуша паперу в клітинку розміру 2018×2018 ?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
10 клас (варіант А)

1. Велосипедист та мотоцикліст починають рухатися по кільцевій дорозі у вигляді кола радіуса 100 м одночасно і в одному напрямку. Скільки разів після цього протягом 15 хвилин вони зустрінуться, якщо мотоцикліст рухається з постійною лінійною швидкістю 50 км/год, а велосипедист — 30 км/год? *Довідка. Лінійна швидкість точки при русі по колу — це довжина дуги кола, що проходить точка за одиницю часу.*
2. Про дійсні числа x , y та z відомо, що $x + 2y - 3z = 0$. Доведіть, що $2xy - 3xz - 6yz \leq 0$.
3. В трикутнику ABC точка O є центром вписаного кола. При цьому $\angle AOC = 120^\circ$. Навколо трикутників ABC та AOC описали кола. Знайдіть відношення радіусів цих кіл.
4. Довжини сторін трикутника ABC є послідовними натуральними числами. Медіана, проведена з вершини A , перпендикулярна бісектрисі, що проведена з вершини B . Знайдіть периметр трикутника.
5. Яку найбільшу кількість прямокутників розміру 1×4 можна вирізати з квадратного аркуша паперу в клітинку розміру 2018×2018 ?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
11 клас (варіант А)

1. Велосипедист та мотоцикліст починають рухатися по кільцевій дорозі у вигляді кола радіуса 100 м одночасно і в одному напрямку. Скільки разів після цього протягом 15 хвилин вони зустрінуться, якщо мотоцикліст рухається з постійною лінійною швидкістю 50 км/год, а велосипедист — 30 км/год? *Довідка. Лінійна швидкість точки при русі по колу — це довжина дуги кола, що проходить точка за одиницю часу.*

2. Розв'яжіть рівняння

$$(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 2) = \log_2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4}x \right) \right) + \log_2 \left(\sin \left(\frac{\pi}{4}x \right) \right).$$

3. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди має довжину b і утворює з висотою піраміди кут β . Точка O — рівновіддалена від усіх 5 вершин піраміди. Знайдіть відстань від точки O до вершин піраміди.

4. Знайдіть усі пари натуральних чисел m і n таких, що

$$(\text{НСК}(m, n))^4 + 10 = 4m + 9n.$$

5. Яку найбільшу кількість прямокутників розміру 1×4 можна вирізати з квадратного аркуша паперу в клітинку розміру 2018×2018 ?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2018 рік)
11 клас (варіант А)

1. Велосипедист та мотоцикліст починають рухатися по кільцевій дорозі у вигляді кола радіуса 100 м одночасно і в одному напрямку. Скільки разів після цього протягом 15 хвилин вони зустрінуться, якщо мотоцикліст рухається з постійною лінійною швидкістю 50 км/год, а велосипедист — 30 км/год? *Довідка. Лінійна швидкість точки при русі по колу — це довжина дуги кола, що проходить точка за одиницю часу.*

2. Розв'яжіть рівняння

$$(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 2) = \log_2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4}x \right) \right) + \log_2 \left(\sin \left(\frac{\pi}{4}x \right) \right).$$

3. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди має довжину b і утворює з висотою піраміди кут β . Точка O — рівновіддалена від усіх 5 вершин піраміди. Знайдіть відстань від точки O до вершин піраміди.

4. Знайдіть усі пари натуральних чисел m і n таких, що

$$(\text{НСК}(m, n))^4 + 10 = 4m + 9n.$$

5. Яку найбільшу кількість прямокутників розміру 1×4 можна вирізати з квадратного аркуша паперу в клітинку розміру 2018×2018 ?

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro