

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
6 клас (варіант А)

1. З одного села в протилежних напрямках вирушили 2 пішоходи. Один із них ішов зі швидкістю 2,7 км/год, а другий — 1,8 км/год. Якою буде відстань між ними через 1,2 години після початку руху?
2. Число A складає 40% від числа B . Скільки відсотків складає число B від числа A ?
3. Периметр прямокутника $ABCD$ дорівнює 40 см, а периметр прямокутника $ABEH$ — 30 см. На скільки сантиметрів сторона BC більше сторони AH ?
4. Наведіть приклад трьох натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$$\text{НСД}(a, b) = 2 \text{ і } \text{НСД}(b, c) = 3.$$

5. Чи можна між деякими з 6 міст побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно 3 дороги? Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
6 клас (варіант А)

1. З одного села в протилежних напрямках вирушили 2 пішоходи. Один із них ішов зі швидкістю 2,7 км/год, а другий — 1,8 км/год. Якою буде відстань між ними через 1,2 години після початку руху?
2. Число A складає 40% від числа B . Скільки відсотків складає число B від числа A ?
3. Периметр прямокутника $ABCD$ дорівнює 40 см, а периметр прямокутника $ABEH$ — 30 см. На скільки сантиметрів сторона BC більше сторони AH ?
4. Наведіть приклад трьох натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$$\text{НСД}(a, b) = 2 \text{ і } \text{НСД}(b, c) = 3.$$

5. Чи можна між деякими з 6 міст побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно 3 дороги? Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
7 клас (варіант А)

1. Перший автомат за 2 хвилини виготовляє 3 однакові деталі, а другий за цей самий час виготовляє на 100% більше таких деталей. Скільки усього деталей виготовляють обидва автомати разом за 10 хвилин?
2. Розв'яжіть рівняння

$$(x - 2)^{32}(x - 5)^6 + |15 - 3x| = 0.$$

3. Нехай задано трикутник ABC і довільну точку X площини, що не співпадає з вершинами трикутника. Яке найбільше значення може набувати сума

$$\angle AXB + \angle BXC + \angle CXA?$$

4. Чи існує трійка натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$$\text{НСД}(a, b) = 2, \text{НСД}(b, c) = 3, \text{ і } a + b + c > 2019?$$

5. Доведіть, що для кожного натурального числа $k, 1 \leq k \leq 3$, між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
7 клас (варіант А)

1. Перший автомат за 2 хвилини виготовляє 3 однакові деталі, а другий за цей самий час виготовляє на 100% більше таких деталей. Скільки усього деталей виготовляють обидва автомати разом за 10 хвилин?
2. Розв'яжіть рівняння

$$(x - 2)^{32}(x - 5)^6 + |15 - 3x| = 0.$$

3. Нехай задано трикутник ABC і довільну точку X площини, що не співпадає з вершинами трикутника. Яке найбільше значення може набувати сума

$$\angle AXB + \angle BXC + \angle CXA?$$

4. Чи існує трійка натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$$\text{НСД}(a, b) = 2, \text{НСД}(b, c) = 3, \text{ і } a + b + c > 2019?$$

5. Доведіть, що для кожного натурального числа $k, 1 \leq k \leq 3$, між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 3 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
8 клас (варіант А)

1. Середній вік деяких 3 вчителів математики складає 25 років, а середніх вік 6 вчителів української мови — 34 роки. Скільки років має бути учителю географії, щоб середній вік цих трьох вчителів математики, шести вчителів української і вчителя географії був 30 років?

Зауваження. Під середнім значенням декількох чисел треба розуміти середнє арифметичне значення цих чисел.

2. Побудувати графік функції

$$y = \frac{x^2 - 4x + 4}{|x - 2|}.$$

3. В паралелограмі $ABCD$ бісектриси кутів A і B перетинаються в точці O . Відомо, що $OA = 3$ см, $AB = 6$ см. Точка F є серединою сторони AB . Доведіть, що $\triangle FAO$ — правильний.
4. Знайдіть усі трійки натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(b, c) = 3$, і величина $a+b+c$ набуває найменшого можливого значення.

5. Доведіть, що для кожного натурального числа k , $1 \leq k \leq 4$, між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж одною дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
8 клас (варіант А)

1. Середній вік деяких 3 вчителів математики складає 25 років, а середніх вік 6 вчителів української мови — 34 роки. Скільки років має бути учителю географії, щоб середній вік цих трьох вчителів математики, шести вчителів української і вчителя географії був 30 років?

Зауваження. Під середнім значенням декількох чисел треба розуміти середнє арифметичне значення цих чисел.

2. Побудувати графік функції

$$y = \frac{x^2 - 4x + 4}{|x - 2|}.$$

3. В паралелограмі $ABCD$ бісектриси кутів A і B перетинаються в точці O . Відомо, що $OA = 3$ см, $AB = 6$ см. Точка F є серединою сторони AB . Доведіть, що $\triangle FAO$ — правильний.
4. Знайдіть усі трійки натуральних чисел a, b, c таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c) = 1,$$

$\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(b, c) = 3$, і величина $a+b+c$ набуває найменшого можливого значення.

5. Доведіть, що для кожного натурального числа k , $1 \leq k \leq 4$, між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж одною дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
9 клас (варіант А)

1. Знаменник звичайного нескоротного дроби на 5 більший за чисельник. Якщо знаменник дроби збільшити на 6, а чисельник збільшити на 4, то дріб збільшиться на $\frac{1}{4}$. Знайти початковий дріб.
2. Побудувати графік функції

$$y = \frac{|x - 5|}{x^2 - 12x + 35}.$$

3. У прямокутний трикутник вписано коло. Точка дотику кола ділить гіпотенузу у відношенні 2: 3. Центр вписаного кола віддалений від вершини прямого кута на відстань $\sqrt{8}$ см. Визначити периметр трикутника.
4. Знайдіть усі п'ятірки натуральних чисел a, b, c, d, e таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c, d, e) = 1,$$

$\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(b, c) = 3$, $\text{НСД}(c, d) = 5$, $\text{НСД}(d, e) = 7$ і величина $abcde$ набуває найменшого можливого значення.

5. Знайдіть усі натуральні числа k , такі, що між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
9 клас (варіант А)

1. Знаменник звичайного нескоротного дроби на 5 більший за чисельник. Якщо знаменник дроби збільшити на 6, а чисельник збільшити на 4, то дріб збільшиться на $\frac{1}{4}$. Знайти початковий дріб.
2. Побудувати графік функції

$$y = \frac{|x - 5|}{x^2 - 12x + 35}.$$

3. У прямокутний трикутник вписано коло. Точка дотику кола ділить гіпотенузу у відношенні 2: 3. Центр вписаного кола віддалений від вершини прямого кута на відстань $\sqrt{8}$ см. Визначити периметр трикутника.
4. Знайдіть усі п'ятірки натуральних чисел a, b, c, d, e таких, що

$$\text{НСД}(a, b, c, d, e) = 1,$$

$\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(b, c) = 3$, $\text{НСД}(c, d) = 5$, $\text{НСД}(d, e) = 7$ і величина $abcde$ набуває найменшого можливого значення.

5. Знайдіть усі натуральні числа k , такі, що між деякими з 6 міст можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
10 клас (варіант А)

1. При яких значеннях параметра a система рівнянь

$$\begin{cases} |x| + y - 4 = 0 \\ (y - a)^2 + x^2 = 9. \end{cases}$$

має єдиний розв'язок?

2. Для кожного натурального $n > 1$ знайдіть усі геометричні прогресії з першим членом 2 і сумою перших n членів, що також дорівнює 2.
3. Відомо, що чотири точки A, B, C, D не лежать в одній площині, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$. Нехай C_1 ділить відрізок AB у відношенні 3 : 4, а B_1 ділить відрізок AC у відношенні 5 : 4 починаючи з вершини A . Нехай пряма l — це лінія перетину площин CC_1D і BB_1D , а M — точка перетину l з площиною ABC . Знайдіть відстань від точки M до прямої AB .
4. Нехай p_1, p_2, \dots, p_n — перші n простих чисел. Знайдіть найменше можливе значення добутку $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{n+1}$, де натуральні числа x_1, x_2, \dots, x_{n+1} такі, що

$$\text{НСД}(x_1, \dots, x_{n+1}) = 1$$

і $\text{НСД}(x_i, x_{i+1}) = p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

5. У деякій країні $2n$ міст. Знайдіть усі такі натуральні k , що між деякими містами країни можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
10 клас (варіант А)

1. При яких значеннях параметра a система рівнянь

$$\begin{cases} |x| + y - 4 = 0 \\ (y - a)^2 + x^2 = 9. \end{cases}$$

має єдиний розв'язок?

2. Для кожного натурального $n > 1$ знайдіть усі геометричні прогресії з першим членом 2 і сумою перших n членів, що також дорівнює 2.
3. Відомо, що чотири точки A, B, C, D не лежать в одній площині, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$. Нехай C_1 ділить відрізок AB у відношенні 3 : 4, а B_1 ділить відрізок AC у відношенні 5 : 4 починаючи з вершини A . Нехай пряма l — це лінія перетину площин CC_1D і BB_1D , а M — точка перетину l з площиною ABC . Знайдіть відстань від точки M до прямої AB .
4. Нехай p_1, p_2, \dots, p_n — перші n простих чисел. Знайдіть найменше можливе значення добутку $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{n+1}$, де натуральні числа x_1, x_2, \dots, x_{n+1} такі, що

$$\text{НСД}(x_1, \dots, x_{n+1}) = 1$$

і $\text{НСД}(x_i, x_{i+1}) = p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

5. У деякій країні $2n$ міст. Знайдіть усі такі натуральні k , що між деякими містами країни можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
11 клас (варіант А)

1. Знайдіть всі значення параметра a , при яких корінь рівняння

$$\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16 + a - x}$$

належить проміжку $[1, \frac{3}{2}]$.

2. Нехай $x > 0$. Знайти найбільше значення виразу $\frac{\sqrt{16+2x^3}}{8+x^2}$.
3. У трикутній піраміді $DABC$ $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, усі грані нахилені до площини основи під кутом 30° . Нехай C_1 ділить відрізок AB у відношенні $3 : 4$, а B_1 ділить відрізок AC у відношенні $5 : 4$ починаючи з вершини A . Нехай пряма l — це лінія перетину площин CC_1D і BB_1D , а M — точка перетину l з площиною ABC . Знайти відстань від точки M до площини DBC .
4. Нехай p_1, p_2, \dots, p_n — перші n простих чисел. Знайдіть найменше можливе значення добутку $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{n+1}$, де натуральні числа x_1, x_2, \dots, x_{n+1} такі, що

$$\text{НСД}(x_1, \dots, x_{n+1}) > 1$$

і $\text{НСД}(x_i, x_{i+1}) = p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

5. У деякій країні n міст. Знайдіть усі такі натуральні k , що між деякими містами країни можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro

Другий етап Всеукраїнської учнівської
олімпіади з математики
(Дніпропетровська область, 2019 рік)
11 клас (варіант А)

1. Знайдіть всі значення параметра a , при яких корінь рівняння

$$\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16 + a - x}$$

належить проміжку $[1, \frac{3}{2}]$.

2. Нехай $x > 0$. Знайти найбільше значення виразу $\frac{\sqrt{16+2x^3}}{8+x^2}$.
3. У трикутній піраміді $DABC$ $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, усі грані нахилені до площини основи під кутом 30° . Нехай C_1 ділить відрізок AB у відношенні $3 : 4$, а B_1 ділить відрізок AC у відношенні $5 : 4$ починаючи з вершини A . Нехай пряма l — це лінія перетину площин CC_1D і BB_1D , а M — точка перетину l з площиною ABC . Знайти відстань від точки M до площини DBC .
4. Нехай p_1, p_2, \dots, p_n — перші n простих чисел. Знайдіть найменше можливе значення добутку $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_{n+1}$, де натуральні числа x_1, x_2, \dots, x_{n+1} такі, що

$$\text{НСД}(x_1, \dots, x_{n+1}) > 1$$

і $\text{НСД}(x_i, x_{i+1}) = p_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

5. У деякій країні n міст. Знайдіть усі такі натуральні k , що між деякими містами країни можна побудувати дороги так, щоб з кожного міста виходило рівно k доріг. Будь-які два міста не можуть бути сполучені більше ніж однією дорогою.

На виконання завдань відводиться 4 години.
УВАГА УЧАСНИКАМ ТА ВЧИТЕЛЯМ! Розв'язання задач, а також інформацію по математичним олімпіадам області, дивіться після 15-00 на сайті sites.google.com/view/math-olimp-dnipro