

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ  
АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики (Дніпропетровська область)

**6 клас**

1. Туристи за три дні пройшли 60 км. За перший день вони пройшли 4/15 цієї відстані, а за другий – 2/15. Скільки кілометрів пройшли туристи за третій день?

2. Скільки існує пар натуральних чисел  $x$ ,  $y$  таких, що одночасно виконуються рівності:

$$НСК(x, y) = xy;$$

$$x + y = 16$$

3. Обчислити

$$1024 \cdot \left( \frac{3 \cdot 33 \cdot 333 \cdot 3333 \cdot 33333 \cdot 333333}{6 \cdot 66 \cdot 666 \cdot 6666 \cdot 66666 \cdot 666666} \right)$$

4. На одній з двох паралельних прямих відмічено чотири сині точки, а на іншій – 20 зелених точок. Скільки існує трикутників з двома синіми та однією зеленою вершиною?

5. У книзі 300 сторінок. Скільки разів при нумерації сторінок зустрічається цифра 9?

*На виконання завдань відводиться 3 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ  
АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики (Дніпропетровська область)

**6 клас**

1. Туристи за три дні пройшли 60 км. За перший день вони пройшли 4/15 цієї відстані, а за другий – 2/15. Скільки кілометрів пройшли туристи за третій день?

2. Скільки існує пар натуральних чисел  $x$ ,  $y$  таких, що одночасно виконуються рівності:

$$НСК(x, y) = xy;$$

$$x + y = 16$$

3. Обчислити

$$1024 \cdot \left( \frac{3 \cdot 33 \cdot 333 \cdot 3333 \cdot 33333 \cdot 333333}{6 \cdot 66 \cdot 666 \cdot 6666 \cdot 66666 \cdot 666666} \right)$$

4. На одній з двох паралельних прямих відмічено чотири сині точки, а на іншій – 20 зелених точок. Скільки існує трикутників з двома синіми та однією зеленою вершиною?

5. У книзі 300 сторінок. Скільки разів при нумерації сторінок зустрічається цифра 9?

*На виконання завдань відводиться 3 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ  
ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

7 клас

1. За три години дві труби заповнюють  $\frac{4}{5}$  басейну. За який час басейн може заповнити перша труба, якщо друга її заповнює за 6 годин?
2. Подайте число 39 у вигляді додатних додатків так, щоб і добуток цих доданків дорівнював 39.
3. Скільки кутів з градусною мірою менше за 180 градусів і більше за нуль градусів може бути утворено при розміщенні трьох прямих у площині?
4. Знайдіть усі пари натуральних чисел  $x, y$ , що одночасно виконуються рівності:

$$\begin{aligned} НСК(x, y) \cdot НСД(x, y) &= 90; \\ x + y &= 21 \end{aligned}$$

5. У класі 30 учнів. Чи може так статися, що 9 з них мають по 5 друзів, 11 по 6 друзів, а 10 по 3 друга?

*На виконання завдань відводиться 3 години  
Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті  
<http://mmf.dnpredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ  
ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

7 клас

1. За три години дві труби заповнюють  $\frac{4}{5}$  басейну. За який час басейн може заповнити перша труба, якщо друга її заповнює за 6 годин?
2. Подайте число 39 у вигляді додатних додатків так, щоб і добуток цих доданків дорівнював 39.
3. Скільки кутів з градусною мірою менше за 180 градусів і більше за нуль градусів може бути утворено при розміщенні трьох прямих у площині?
4. Знайдіть усі пари натуральних чисел  $x, y$ , що одночасно виконуються рівності:

$$\begin{aligned} НСК(x, y) \cdot НСД(x, y) &= 90; \\ x + y &= 21 \end{aligned}$$

5. У класі 30 учнів. Чи може так статися, що 9 з них мають по 5 друзів, 11 по 6 друзів, а 10 по 3 друга?

*На виконання завдань відводиться 3 години  
Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті  
<http://mmf.dnpredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

8 клас

1. У двох ящиках лежали яблука. Якщо з одного ящика перекласти в другий 45 яблук, то в обох ящиках їх стане порівну. Якщо з другого ящика перекласти в перший 20 яблук, то в першому стане у 3 рази більше яблук ніж у другому. Скільки було яблук у кожному ящику?

2. Довести, що якщо  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , то  $\frac{3a + 5b}{7a + 9b} = \frac{3c + 5d}{7c + 9d}$

3. Трикутники  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  гострокутні, причому  $A_1C_1 = A_2C_2$  та  $\angle A_1 = \angle A_2$ , а також висоти, проведені з вершин  $B_1$  та  $B_2$  відповідно рівні. Доведіть, що трикутники  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  рівні.

4. Для яких цілих  $n$  число  $\frac{3n - 1}{n + 2}$  буде натуральним числом?

5. У квадратній таблиці  $2016 \times 2016$  більше чверті клітинок зафарбовано в синій колір. Довести, що існує хоча б дві сусідні (тобто мають спільну сторону чи вершину) зафарбовані клітинки.

*На виконання завдань відводиться 4 години  
Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

8 клас

1. У двох ящиках лежали яблука. Якщо з одного ящика перекласти в другий 45 яблук, то в обох ящиках їх стане порівну. Якщо з другого ящика перекласти в перший 20 яблук, то в першому стане у 3 рази більше яблук ніж у другому. Скільки було яблук у кожному ящику?

2. Довести, що якщо  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , то  $\frac{3a + 5b}{7a + 9b} = \frac{3c + 5d}{7c + 9d}$

3. Трикутники  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  гострокутні, причому  $A_1C_1 = A_2C_2$  та  $\angle A_1 = \angle A_2$ , а також висоти, проведені з вершин  $B_1$  та  $B_2$  відповідно рівні. Доведіть, що трикутники  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  рівні.

4. Для яких цілих  $n$  число  $\frac{3n - 1}{n + 2}$  буде натуральним числом?

5. У квадратній таблиці  $2016 \times 2016$  більше чверті клітинок зафарбовано в синій колір. Довести, що існує хоча б дві сусідні (тобто мають спільну сторону чи вершину) зафарбовані клітинки.

*На виконання завдань відводиться 4 години  
Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

9 клас

1. З аеродрому вилетіли одночасно два літаки: один на захід, другий – на південь. Через дві години відстань між ними встановила 2000км. Знайти швидкість літаків, якщо швидкість одного становить 75% швидкості іншого?

2. Побудувати графік функції

$$y = \sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 1}} - \sqrt{x - 1}$$

3. Висота трикутника ділить основу у відношення 5:9. У якому відношення серединний перпендикуляр до основи ділить бічну сторону трикутника з якою має спільні точки?

4. Знайти усі пари цілих чисел  $(x, y)$  таких, що

$$y^2 - 2xy - 2x = 6$$

5. Площину розділили на однакові квадратики. У 2016 з них поставили фішки. Довести, що з них можна обрати 504 квадратики, що не мають спільних точок.

*На виконання завдань відводиться 4години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

9 клас

1. З аеродрому вилетіли одночасно два літаки: один на захід, другий – на південь. Через дві години відстань між ними встановила 2000км. Знайти швидкість літаків, якщо швидкість одного становить 75% швидкості іншого?

2. Побудувати графік функції

$$y = \sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 1}} - \sqrt{x - 1}$$

3. Висота трикутника ділить основу у відношення 5:9. У якому відношення серединний перпендикуляр до основи ділить бічну сторону трикутника з якою має спільні точки?

4. Знайти усі пари цілих чисел  $(x, y)$  таких, що

$$y^2 - 2xy - 2x = 6$$

5. Площину розділили на однакові квадратики. У 2016 з них поставили фішки. Довести, що з них можна обрати 504 квадратики, що не мають спільних точок.

*На виконання завдань відводиться 4години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

**10 клас**

1. Корені  $x_1, x_2$  рівняння  $x^2 - 4x + b = 0$  задовольняють умову:  
 $2x_1 + 3x_2 = 5$ . Знайти значення параметра  $b$ .

2. Знайдіть усі функції, визначені на множині дійсних чисел, такі, що для будь-яких  $x, y \in \mathbb{R}$  виконувалась рівність

$$(x + yf(x + y))^2 = xf(x) + y^2$$

3. Через точку всередині круга радіуса  $r$  проведено хорду найменшої довжини. Відстань від центра кола до цієї хорди дорівнює  $d$ . Знайдіть довжину хорди?

4. Для деяких цілих  $x, y$  відомо:  $3x + 2y$  ділиться на 23. Доведіть, що  $17x + 19y$  також ділиться на 23.

5. Площину розділили на однакові квадратики. У 2016 з них поставили фішки. Довести, що з них можна обрати 504 квадратики, що не мають спільних точок.

*На виконання завдань відводиться 4 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДНІПРОПЕТРОВСЬКОЇ  
ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ  
ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики  
(Дніпропетровська область)

**10 клас**

1. Корені  $x_1, x_2$  рівняння  $x^2 - 4x + b = 0$  задовольняють умову:  
 $2x_1 + 3x_2 = 5$ . Знайти значення параметра  $b$ .

2. Знайдіть усі функції, визначені на множині дійсних чисел, такі, що для будь-яких  $x, y \in \mathbb{R}$  виконувалась рівність

$$(x + yf(x + y))^2 = xf(x) + y^2$$

3. Через точку всередині круга радіуса  $r$  проведено хорду найменшої довжини. Відстань від центра кола до цієї хорди дорівнює  $d$ . Знайдіть довжину хорди?

4. Для деяких цілих  $x, y$  відомо:  $3x + 2y$  ділиться на 23. Доведіть, що  $17x + 19y$  також ділиться на 23.

5. Площину розділили на однакові квадратики. У 2016 з них поставили фішки. Довести, що з них можна обрати 504 квадратики, що не мають спільних точок.

*На виконання завдань відводиться 4 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

11 клас

1. Розв'язати рівняння

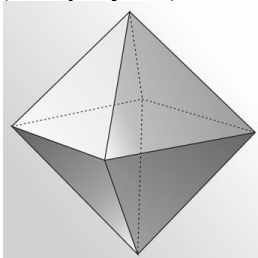
$$\sqrt{-\cos 2x} = \cos x - \sin x$$

2. Точка  $O$  простору рівновіддалена від вершин правильного трикутника зі стороною 2 см на 10 см. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника.

3. Через точку всередині круга радіуса  $r$  проведено хорду найменшої довжини. Відстань від центра кола до цієї хорди дорівнює  $d$ . Знайдіть довжину хорди?

4. Для деяких цілих  $x, y$  відомо:  $3x + 2y$  ділиться на 23. Доведіть, що  $17x + 19y$  також ділиться на 23.

5. В одній з вершин октаедра (див. рисунок) сидить комаха.



Чи може вона проповзти по усім ребрам рівно по 1 разу і повернутися в початкову вершину? Таке саме питання і для кубу.

*На виконання завдань відводиться 4 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*

11 клас

1. Розв'язати рівняння

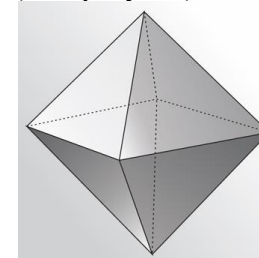
$$\sqrt{-\cos 2x} = \cos x - \sin x$$

2. Точка  $O$  простору рівновіддалена від вершин правильного трикутника зі стороною 2 см на 10 см. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника.

3. Через точку всередині круга радіуса  $r$  проведено хорду найменшої довжини. Відстань від центра кола до цієї хорди дорівнює  $d$ . Знайдіть довжину хорди?

4. Для деяких цілих  $x, y$  відомо:  $3x + 2y$  ділиться на 23. Доведіть, що  $17x + 19y$  також ділиться на 23.

5. В одній з вершин октаедра (див. рисунок) сидить комаха.



Чи може вона проповзти по усім ребрам рівно по 1 разу і повернутися в початкову вершину? Таке саме питання і для кубу.

*На виконання завдань відводиться 4 години*

*Користуватись калькуляторами та мобільними телефонами забороняється*

*Завдання розроблено експертною групою механіко-математичного факультету Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара*

*З розв'язаннями задач Ви можете ознайомитись після олімпіади на сайті <http://mmf.dnepredu.com/>*